Concours STIC session 2016

Composition : Physique 4 (mécanique, optique)

Durée : 3 Heures

Les calculatrices sont autorisées.

N.B : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Le sujet comporte deux grandes parties : OPTIQUE et MECANIQUE.

OPTIQUE

1. ETUDE D'UNE LENTILLE

Une lentille mince convergente (L_0) de distance focale f_0', de centre O est utilisée pour la projection d'un objet AB réel, perpendiculaire à l'axe optique Ox et situé à une distance $d = |\overline{OA}|$ de la lentille. Le point A est sur l'axe optique.

1.1.A quelles conditions l'image $A'B'$ de l'objet AB donnée par la lentille est-elle nette ?

1.2.Construire l'image $A'B'$ dans le cas où $d > f_0'$. Quelle est la nature de l'image ? Est-elle renversée ou droite ?

1.3.Montrer que le grandissement transversal et la relation de conjugaison de la lentille (L_0) avec origine au centre s'écrivent respectivement : $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ et $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f_0'}$

1.4.On fixe la distance D entre le plan de l'objet AB et l'écran d'observation (E). Quelle relation doit vérifier la distance focale f_0' pour que l'image $A'B'$ soit réelle sur (E) ?

1.5.Application numérique : D = 1 m. Quelle est la condition sur la distance focale f_0'?

2. ETUDE D'UN MIROIR SPHERIQUE

On considère un miroir sphérique de rayon R, de centre C, de sommet S et de diamètre d'ouverture D (Voir figure 1)

Dans les conditions de Gauss, on rappelle que la relation de conjugaison reliant la position d'un point objet A sur l'axe à celle de son image A' est donnée par $\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$.

On rappelle aussi le grandissement avec origine au sommet :$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$

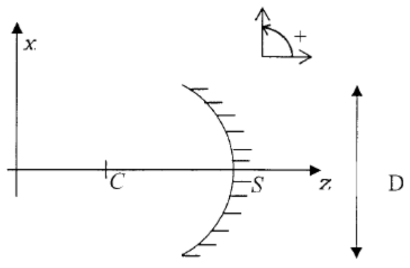


Figure 1

2.1 Définir et donner la position des foyers objets F et image F' de ce miroir sphérique. Exprimer la distance focale du miroir $f = \overline{SF}$ en fonction de R.

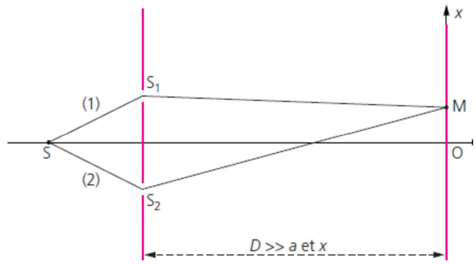
2.2 On observe deux étoiles A et B à l'aide du miroir sphérique de la figure 1. Les deux étoiles sont séparées d'un angle α petit (compté à partir de l'axe Cz) : A se trouve sur l'axe optique et B est au dessus de l'axe optique.

2.2.1 Construire soigneusement la position de leurs images respectives A' et B'.

2.2.2 Déterminer la position des deux images A' et B', la taille $\overline{A'B'}$ et la nature de l'image.
2.2.3 Comment a-t-on intérêt à choisir le rayon R du miroir utilisé ?
2.2.4 Application numérique : on donne $\alpha = 2\ secondes\ d'arc\ et\ R = 28.76\ m$. Déterminer la taille de l'image.

3. OPTIQUE ONDULATOIRE

3.1 La lumière est une onde électromagnétique transversale visible. Expliquez les termes « onde », « onde transversale ».
3.2 Longueur d'onde
3.2.1 Donnez la définition de la longueur d'onde.
3.2.2 Donnez la relation mathématique liant la longueur d'onde et la fréquence.
3.2.3 Donnez l'intervalle des longueurs d'onde dans le vide des ondes électromagnétiques visibles. Déduisez en les fréquences correspondantes
3.3 On considère un dispositif de trous de Young éclairé par une source monochromatique S émettant une onde monochromatique de longueur d'onde λ. On pose $S_1S_2 = a$.
3.3.1 Calculer le déphasage $\Delta\varphi(x) = \varphi_2 - \varphi_1$ en un point M de l'écran repéré par sa position $(x, 0{,}0)$.
3.3.2 En déduire l'expression de l'intensité $I(x)$.
On calculera la position x_0 de la frange centrale (définie par $\Delta\varphi(x_0) = 0$).



3.3.3 Donner l'expression de l'interfrange i.
On interpose devant le trou S_1 une lame de verre d'indice n et d'épaisseur e.
3.3.4 En supposant que les rayons traversant la lame sont presque en incidence normale, déterminer le nouveau $\Delta\varphi'(x) = \varphi'_2 - \varphi'_1$ au point M de l'écran.
3.3.5 Comment la figure d'interférence est–elle modifiée ? Donner la nouvelle position x_0' de la frange centrale.

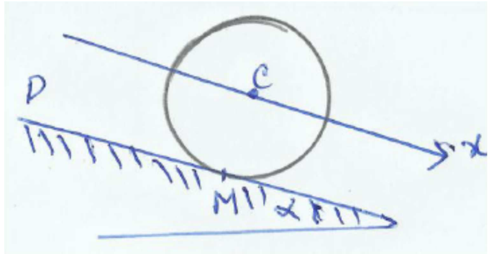
MECANIQUE

I. On considère un disque circulaire homogène de centre C, de rayon R de masse M_0, soumis au champ de pesanteur, d'accélération $\vec{g}$.

Le moment d'inertie J_0 du disque par rapport à son axe (D perpendiculaire au disque et passant par le centre est : $J_0 = \frac{1}{2}M_0R^2$

1. Le disque roule sans glisser sur le plan P, en restant constamment dans un plan fixe perpendiculaire à P (que l'on prendra comme plan de la figure).
   On appelle V la vitesse du centre C et ω la vitesse angulaire de rotation du disque autour de C.
   1.1 Exprimer V en fonction de ω.
   1.2 Calculer l'énergie cinétique totale du disque en fonction de V et de M_0.
2. Le plan P sur lequel roule le disque est incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal. Le disque se déplace dans le plan vertical passant par la ligne de plus grande pente du plan P. On repère la position du centre C par son abscisse x mesurée sur un axe parallèle à la ligne de plus pente et dirigée vers le bas(voir figure).

Au temps t = 0, le disque est abandonné sans vitesse initiale, le centre C se trouvant à l'origine ($x = 0$). La réaction du plan incliné sur le disque se limite à une force $\vec{R}$ appliquée au point de contact M (On rappelle que lors d'un roulement sans glissement la force de réaction ne travaille pas).



2.1 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer la vitesse $V = \frac{dx}{dt}$ du point C en fonction du chemin parcouru x.

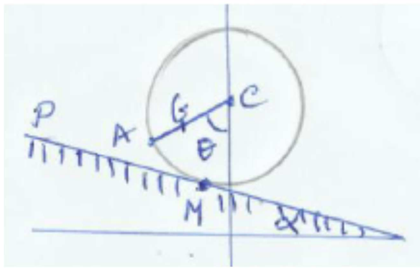
2.2 En intégrant la relation précédente, déterminer la loi du mouvement donnant x en fonction du temps t.

2.3 Connaissant le mouvement du centre de gravité obtenu dans la question précédente, en déduire les valeurs des composantes tangentielle et normale de $\vec{R}$.

3. Montrer que l'on peut retrouver la loi du mouvement $x(t)$ en étudiant le mouvement du centre de gravité C et en appliquant le théorème du moment cinétique autour de C.

II On leste le disque par une surcharge constituée par une masse ponctuelle m placée en un point A sur la périphérie du disque. Dans la suite du problème on posera $M = m + M_0$.

1. A quelle distance d du centre C se trouve le centre de gravité G du disque lesté ?
2. Le disque peut encore rouler sur un plan incliné, dans les mêmes conditions que dans la première partie. On repère sa position par l'angle θ que fait CG avec un axe vertical dirigé vers le bas (voir figure). Lorsque C est à l'origine ($x = 0$), l'angle θ est nul.



2.1 En étudiant les forces appliquées au disque, trouver les positions d'équilibre du disque sur le plan incliné. A quelle condition doit satisfaire α pour que l'équilibre soit possible ?

2.2 En remarquant que l'équilibre du disque est une combinaison d'une translation du centre C et d'une rotation autour de C, calculer en fonction de θ l'énergie potentielle du disque lesté ; étudier sa variation avec θ. Retrouver les positions d'équilibre de la question précédente. En discuter la stabilité.

III. Le disque lesté de la seconde partie roule maintenant sans glissement sur un plan horizontal. Il effectue des petites oscillations autour de sa position d'équilibre stable, l'angle θ restant très petit.

1. De combien varie l'énergie potentielle lorsque le disque a tourné d'un angle θ à partir de sa position d'équilibre ?
2.

   2.1 Déterminer la vitesse V_G du centre de gravité en fonction de $\frac{d\theta}{dt}$.

   2.2 Le moment d'inertie du disque lesté par rapport à l'axe parallèle à D passant par G est : $J_G = (\frac{1}{2}(M_0 + 2m) - \frac{m^2}{m+M_0})R^2$. En déduire l'énergie cinétique totale du système.
3. Exprimer la conservation de l'énergie mécanique pour le disque lesté. Montrer qu'en dérivant la relation obtenue par rapport à t on obtient une équation différentielle dont les solutions $\theta(t)$ sont sinusoïdales. Calculer la période T.

   Application numérique : $R = 0.2\ m; g = 9.8\ m.s^{-2}; m = \frac{M_0}{10}$.